

MATHEMATIQUES PT* 25/26

PROGRAMME DE COLLE N° 14
SEMAINE DU 19/01 au 23/01

1 Leçons

1. **le poly "espace préhilbertien réel"**: produit scalaire, norme associée, espace préhilbertien, espace euclidien, relations entre produit scalaire et norme, inégalité de Cauchy-Schwarz, inégalité triangulaire, vecteurs orthogonaux, sev orthogonaux, famille orthogonale, orthonormale, orthogonal d'un sev, théorème de Pythagore, procédé d'orthonormalisation, expression des coordonnées et du produit scalaire dans une bon, $F \oplus F^\perp = E$ lorsque $\dim F < \infty$, projection orthogonale, distance à un sev de dimension finie, vecteur normal à un hyperplan en dimension finie, expression intrinsèque d'une projection orthogonale sur une droite, un hyperplan, d'une réflexion
2. **le poly "isométries vectorielles"**: isométrie vectorielle d'un espace euclidien, conservation de la norme, du produit scalaire, image d'une bon, structure de $O(E)$, caractérisation matricielle des isométries vectorielles dans une bon, déterminant et valeurs propres d'une isométrie vectorielle, structure de $SO(E)$, matrices orthogonales, structure de $O_n(\mathbb{R})$ et de $SO_n(\mathbb{R})$, ~~description du groupe orthogonal en dimension 2, rotation dans l'espace, réflexion dans l'espace, (les anti-rotations ne sont pas au programme), (les étudiants doivent savoir déterminer l'angle et l'axe d'une rotation)~~

2 Démonstrations à connaître: choisir la formule +2, +4 ou +6 !

- Formule +2
 - exemple 3: $\text{tr}(A^T.B)$ est un produit scalaire sur $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$
 - théo 10.2: les seules vp réelles possibles d'une matrice orthogonale sont 1 et -1
 - exemple 1: les symétries orthogonales sont des isométries vectorielles
 - théo 15 ii): expression analytique et matricielle du produit scalaire dans une BON
- Formule +4 (*c'est la Formule +2 avec en plus...*)
 - théo 16: si F est un sev de dimension finie alors $F \oplus F^\perp = E$
 - théo 10: une famille orthogonale ne contenant pas le vecteur nul est libre
- Formule +6 (*c'est la Formule +4 avec en plus...*)
 - théo 4: démonstration de L'inégalité de Cauchy-Schwarz