

# MATHEMATIQUES PT\* 25/26

PROGRAMME DE COLLE N° 12  
SEMAINE DU 05/01 au 09/01

## 1 Leçons:

### 1. le poly "intégrales généralisées"

intégrale généralisée en une borne, en ses deux bornes, intégrale faussement généralisée, intégrale de Riemann de référence (en 0 et en  $+\infty$ ), intégrabilité de la fonction  $\ln$  sur  $]0,1]$ , intégrabilité de la fonction  $t \mapsto e^{-\alpha t}$  en  $+\infty$ , théorème de comparaison avec  $\leqslant$ ,  $\sim o$  ou  $O$ , changement de variable dans une intégrale généralisée, théorème de comparaison série-intégrale.

On peut directement utiliser le résultat "la fonction  $t \mapsto \frac{1}{|t-a|^\alpha}$  est intégrable en  $a$  ssi  $\alpha < 1$ "

### 2. le poly "séries entières"

série entière réelle ou complexe, définition du rayon, propriétés caractéristiques du rayon de convergence, théorème de comparaison des rayons ( $|a_n| \leqslant |b_n|$ ,  $a_n \sim b_n$ ,  $a_n = O(b_n)$ ,  $a_n = o(b_n)$ ), somme et produit de deux séries entières, la fonction somme est continue sur son ensemble de définition, dérivation et primitive term à terme,  $a_n = \frac{S^{(n)}(0)}{n!}$ , développement en série entière, exemples de référence ( $e^z$ ,  $\frac{1}{1-z}$ ,  $\cos(x)$ ,  $\sin(x)$ ,  $\text{ch}(x)$ ,  $\text{sh}(x)$ ,  $\ln(1+x)$ ,  $\ln(1-x)$ ,  $(1+x)^\alpha$ ,  $\arctan x$ ), série de Taylor

## 2 Démonstrations à connaître: choisir la formule +2, +4 ou +6 !

- Formule +2
  - théo 8: intégrale de Riemann en 0
  - DSE de  $\sin x$  à partir de  $e^z$
  - exemple 15: DSE de  $\ln(1+x)$  obtenu par dérivation
- Formule +4 (c'est la Formule +2 avec en plus...)
  - théo 12: théorème de comparaison par majoration pour les fxs positives
  - théo 8: Si  $a_n = O(b_n)$  alors  $R_a \geqslant R_b$
- Formule +6 (c'est la Formule +4 avec en plus...)
  - théo 1: lemme d'Abel
  - théo 20:  $L^1(I, \mathbb{K})$  est un sev de  $C^0(I, \mathbb{K})$  (dém. p.20)

## déroulement de la colle

1. une question de cours: définition ou théorème à écrire au tableau avec précision
2. une démonstration de cours à restituer
3. exercice(s) à traiter