

MATHEMATIQUES PT* 25/26

PROGRAMME DE COLLE N° 12
SEMAINE DU 05/01 au 09/01

1 Leçons:

1. le poly "intégrales généralisées"

intégrale généralisée en une borne, en ses deux bornes, intégrale faussement généralisée, intégrale de Riemann de référence (en 0 et en $+\infty$), intégrabilité de la fonction \ln sur $]0,1]$, intégrabilité de la fonction $t \mapsto e^{-\alpha t}$ en $+\infty$, théorème de comparaison avec \leq , \sim ou O , changement de variable dans une intégrale généralisée, théorème de comparaison série-intégrale.

On peut directement utiliser le résultat "la fonction $t \mapsto \frac{1}{|t-a|^\alpha}$ est intégrable en a ssi $\alpha < 1$ "

2. le poly "séries entières"

série entière réelle ou complexe, définition du rayon, propriétés caractéristiques du rayon de convergence, théorème de comparaison des rayons ($|a_n| \leq |b_n|$, $a_n \sim b_n$, $a_n = O(b_n)$, $a_n = o(b_n)$), ~~somme et produit de deux séries entières~~, la fonction somme est continue sur son ensemble de définition, dérivation et primitivation terme à terme, $a_n = \frac{S^{(n)}(0)}{n!}$, développement en série entière, exemples de référence (e^z , $\frac{1}{1-z}$, $\cos(x)$, $\sin(x)$, $\operatorname{ch}(x)$, $\operatorname{sh}(x)$, $\ln(1+x)$, $\ln(1-x)$, $(1+x)^\alpha$, $\arctan x$), série de Taylor

2 Démonstrations à connaître: choisir la formule +2, +4 ou +6 !

• Formule +2

- théo 8: intégrale de Riemann en 0
- DSE de $\sin x$ à partir de e^z
- exemple 15: DSE de $\ln(1+x)$ obtenu par dérivation

• Formule +4 (c'est la Formule +2 avec en plus...)

- théo 12: théorème de comparaison par majoration pour les fxs positives
- théo 8: Si $a_n = O(b_n)$ alors $R_a \geq R_b$

• Formule +6 (c'est la Formule +4 avec en plus...)

- théo 1: lemme d'Abel
- théo 20: $L^1(I, \mathbb{K})$ est un sev de $C^0(I, \mathbb{K})$ (démon. p.20)

déroulement de la colle

1. une question de cours: définition ou théorème à écrire au tableau avec précision
2. une démonstration de cours à restituer
3. exercice(s) à traiter