

MATHEMATIQUES PT* 25/26

PROGRAMME DE COLLE N° 9
SEMAINE DU 24/11 au 28/11

1 Leçons:

1. le poly "Applications linéaires(révision)":
définition, noyau, ensemble image, équations linéaires, image d'une base, rang d'une application linéaire, injectivité, surjectivité, caractérisation des automorphismes en dim finie, rang, théorème du rang
2. le poly "Matrices(révision)":
*matrice d'une famille de vecteurs, d'une application linéaire, l'ev $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$, matrices élémentaires, produit matriciel, transposition, matrices symétriques/antisymétriques, diagonales/triangulaires, matrices inversibles, caractérisation de l'inversibilité, endomorphisme canoniquement associé à une matrice carrée, rang d'une matrice, formule de changement de bases pour les vecteurs/les endomorphismes, matrices semblables, trace d'une matrice, d'un endomorphisme, $\text{tr}(AB) = \text{tr}(BA)$
(Les matrices équivalentes ne sont pas au programme de PT)*
3. le poly "Projecteurs/ Symétries vectorielles":
définitions et propriétés classiques
4. le poly "Déterminant":
déterminant d'une matrice, d'un endomorphisme, d'une famille de vecteurs dans une base donnée, formules classiques
5. le poly "valeurs propres, vecteurs propres, sous-espace propres":
polynôme caractéristique (degré, coefficient dominant, coefficient avec la trace), valeurs propres, vecteurs propres, sep, $1 \leq \dim E_\lambda \leq m(\lambda)$, toute famille de vecteurs propres associés à des valeurs propres distinctes est libre

2 Démonstrations à connaître: choisir la formule +2, +4 ou +6 !

- Formule +2
 - théo 34: tr est une application linéaire
 - théo 3: λ vp de f ssi $\chi(f) = 0$
 - théo 34: $\text{tr}(AB) = \text{tr}(BA)$
- Formule +4 (*c'est la Formule +2 avec en plus...*)
 - théo 30: "être semblable" est une relation d'équivalence
 - théo 3: si p est un projecteur alors $\ker p \oplus \text{Im } p = E$
 - théo 4: f est un projecteur ssi une matrice associée à f est diagonale avec des 0 et des 1 sur la diagonale
- Formule +6 (*c'est la Formule +4 avec en plus...*)
 - théo 5: $\dim E_\lambda \leq m(\lambda)$
 - démo 3 page 8 (Analyse-Synthèse): si $f^2 = \text{id}_E$ alors $E_1(f) \oplus E_{-1}(f) = E$

déroulement de la colle

1. une question de cours: définition ou théorème à écrire au tableau avec précision
2. une démonstration de cours à restituer
3. exercice(s) à traiter