

MATHEMATIQUES PT* 24/25

PROGRAMME DE COLLE N° 10
SEMAINE DU 16/12 au 20/12

1 Leçons:

1. le poly "séries entières"

série entière réelle ou complexe, définition du rayon, propriétés caractéristiques du rayon de convergence, théorème de comparaison des rayons ($|a_n| \leq |b_n|$, $a_n \sim b_n$, $a_n = O(b_n)$, $a_n = o(b_n)$), somme et produit de deux séries entières, la fonction somme est continue sur son ensemble de définition, dérivation et primitivation terme à terme, $a_n = \frac{S^{(n)}(0)}{n!}$, développement en série entière, exemples de référence (e^z , $\frac{1}{1-z}$, $\cos(x)$, $\sin(x)$, $\operatorname{ch}(x)$, $\operatorname{sh}(x)$, $\ln(1+x)$, $\ln(1-x)$, $(1+x)^\alpha$, $\arctan x$), série de Taylor

2. le poly "intégrales généralisées"

intégrale généralisée en une borne, ~~en ses deux bornes~~, intégrale faussement généralisée, intégrale de Riemann de référence (en 0 et en $+\infty$), intégrabilité de la fonction \ln sur $]0,1[$, intégrabilité de la fonction $t \mapsto e^{-\alpha t}$ en $+\infty$, théorème de comparaison avec \leq , \sim ou O , ~~changement de variable dans une intégrale généralisée, théorème de comparaison série-intégrale.~~

On peut directement étudier le résultat "la fonction $t \mapsto \frac{1}{[t-a]^\alpha}$ est intégrable en a ssi $\alpha < 1$ "

2 Démonstrations à connaître: choisir la formule +2, +4 ou +6!

• Formule +2

- théo 8: intégrale de Riemann en 0
- dse de $\sin x$ à partir de e^z
- théo 8: Si $|a_n| \leq |b_n|$ à partir d'un certain rang alors $R_a \geq R_b$

• Formule +4 (c'est la Formule +2 avec en plus...)

- théo 12: théorème de comparaison par majoration pour les fxs positives
- dse de $\arctan x$ obtenu par dérivation
- théo 1: lemme d'Abel

• Formule +6 (c'est la Formule +4 avec en plus...)

- théo 10: rayon de la somme de deux séries entières

déroulement de la colle

1. une question de cours: définition ou théorème à écrire au tableau avec précision
2. une démonstration de cours à restituer
3. exercice(s) à traiter