

MATHEMATIQUES PT* 24/25

PROGRAMME DE COLLE N° 9
SEMAINE DU 9/12 au 13/12

1 Leçons:

1. le poly "réduction":

sev stable, caractérisation matricielle d'un sev stable, endomorphisme induit, endomorphisme diagonalisable (définition, , condition suffisante, cns , pratique de la diagonalisation), matrice diagonalisable(même plan), endomorphisme trigonalisable (définition, polynôme caractéristique scindé, pratique de la trigonalisation sur des exemples simples uniquement), matrice trigonalisable (même plan), somme et produit des valeurs propres, (le théorème spectral N'est PAS à ce programme)

2. le poly "séries entières"

série entière réelle ou complexe, définition du rayon, propriétés caractéristiques du rayon de convergence, théorème de comparaison des rayons ($|a_n| \leq |b_n|$, $a_n \sim b_n$, $a_n = O(b_n)$, $a_n = o(b_n)$), somme et produit de deux séries entières, la fonction somme est continue sur son ensemble de définition, dérivation et primitivation terme à terme, $a_n = \frac{S^{(n)}(0)}{n!}$, développement en série entière, exemples de référence (e^z , $\frac{1}{1-z}$, $\cos(x)$, $\sin(x)$, $\operatorname{ch}(x)$, $\operatorname{sh}(x)$, $\ln(1+x)$, $\ln(1-x)$, $(1+x)^\alpha$, $\arctan x$), série de Taylor

2 Démonstrations à connaître: choisir la formule +2, +4 ou +6!

• Formule +2

- théo 1: $F = \operatorname{vect}(e_1, \dots, e_p)$ est stable par f ssi $\forall i, f(e_i) \in F$
- dse de $\sin x$ à partir de e^z
- théo 8: Si $|a_n| \leq |b_n|$ à partir d'un certain rang alors $R_a \geq R_b$

• Formule +4 (c'est la Formule +2 avec en plus...)

- théo 6: condition suffisante de diagonalisabilité
- dse de $\arctan x$ obtenu par dérivation
- théo 1: lemme d'Abel

• Formule +6 (c'est la Formule +4 avec en plus...)

- théo 10: rayon de la somme de deux séries entières

déroutement de la colle

1. une question de cours: définition ou théorème à écrire au tableau avec précision
2. une démonstration de cours à restituer
3. exercice(s) à traiter