MATHEMATIQUES PT* 24/25

PROGRAMME DE COLLE N° 6
SEMAINE DU 11/11 au 15/11

1 Leçons:

1. Géométrie plane: étude métrique
   - *abscisse curviligne, longueur d'un arc, repère de Frenet, paramètre angulaire, courbure, relations de Frenet, développée, la droite tangente en M à Γ est tangente en C à la développée*
   - *enveloppe d'une famille de droites, la développée est l'enveloppe des normales*

2. le poly "Sous-espaces vectoriels(révision)": *définition, intersection, somme, somme directe, famille libre, famille génératrice, base(cardinal final uniquement), résultats classiques sur la dimension finie, rang d'une famille de vecteurs*

3. le poly "Applications linéaires(révision)":
   définition, noyau, ensemble image, ~~équations linéaires,~~ image d'une base, rang d'une application linéaire, injectivité, surjectivité, caractérisation des automorphismes en dim finie, rang, théorème du rang

4. le poly "Matrices(révision)":
   matrice d'une famille de vecteurs, d'une application linéaire, l'ev $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$, matrices élémentaires, produit matriciel, transposition, matrices symétriques/antisymétriques, diagonales/triangulaires, matrices inversibles, caractérisation de l'inversibilité, ~~endomorphisme canoniquement associé à une matrice carrée,~~ rang d'une matrice, formule de changement de bases pour les vecteurs/les endomorphismes, matrices semblables, trace d'une matrice, d'un endomorphisme, $\mathrm{tr}(AB) = \mathrm{tr}(BA)$
   (Les matrices equivalentes ne sont pas au programme de PT)

5. le poly "Projecteurs/ Symétries vectorielles":
   définitions et propriétés classiques

2 Démonstrations à connaître: choisir la formule $+2$, $+4$ ou $+6$!

- Formule +2
  - théo 8(démo 4) : f injective ssi $\ker(f)$ réduit au vecteur nul
  - théo 3(démo 1): $\ker(f)$ est un sev, $\mathrm{Im}(f)$ est un sev
  - théo 34: tr est une application linéaire
- Formule +4 *(c'est la Formule +2 avec en plus...)*
  - théo 6(démo 3): "i) l'image d'une famille liée par une app.lin. est encore une famille liée" ; "iii) l'image d'une famille génératrice de E par f est une famille génératrice de $\mathrm{Im}(f)$"
  - théo 34: $\mathrm{tr}(AB) = \mathrm{tr}(BA)$
  - théo 30: "être semblable " est une relation d'équivalence
- Formule +6 *(c'est la Formule +4 avec en plus...)*
  - théo 15 : $\mathrm{rg}(g \circ f) \leqslant \min(\mathrm{rg}\, f, \mathrm{rg}\, g)$
  - théo 3: si p est un projecteur alors $\ker p \oplus \mathrm{Im}\, p = E$
  - théo 4 : f est un projecteur ssi une matrice associée à f est diagonale avec des 0 et des 1 sur la diagonale

déroulement de la colle

1. une question de cours: définition ou théorème à écrire au tableau avec précision
2. une démonstration de cours à restituer
3. exercice(s) à traiter