définition 3: point régulier

Soit (I,f) une courbe paramétrée et $t_0 \in I$.

On dit que le point M_{t_0} est un point régulier lorsque

$$f'(t_0) = (x'(t_0),y'(t_0) \neq \vec{0}$$

définition 6: point birégulier

Soit (I,f) une courbe paramétrée et $t_0 \in I$.

On dit que le point M_{t_0} est un <u>point birégulier</u> lorsque

$(f'(t_0),f''(t_0))$ est une famille libre

théo 1: droite tangente pour une courbe donnée par son éq.cart.

Soit U un ouvert de $\mathbb{R}^2$, et $F : U \to \mathbb{R}$ de classe C^1.

On considére la courbe Γ d'équation cartésienne $F(x,y) = 0$.

1. Un point $M_0 = (x_0,y_0)$ de Γ est dit <u>régulier</u> lorsque

$$\overrightarrow{\nabla_{M_0}} F \neq \vec{0}$$

2. L'équation cartésienne de la tangente en M_0 est alors donnée par la formule

$$\overrightarrow{\nabla_{M_0}} F . \begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{pmatrix} = 0$$

$$(x - x_0)\frac{\partial F}{\partial x}(M_0) + (y - y_0)\frac{\partial F}{\partial y}(M_0) = 0$$

exemples de référence

- Equation cartésienne du cercle de centre $A(x_A,y_A)$ et de rayon R

$$(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 = R^2$$

- Equation paramétrique du cercle de centre $A(x_A,y_A)$ et de rayon R

$$\begin{cases} x & = x_A + R.\cos t \\ y & = y_A + R.\sin t \end{cases} ,t \in [0,2\pi]$$

Pour les questions qui suivent on considère les points $A(1{,}2), B(3{,}0)$ et le vecteur $\vec{u} = (1{,}4)$

- équation cartésienne de la droite (AB)

le vecteur directeur est $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3-1 \\ 0-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$$\begin{vmatrix} x-1 & 1 \\ y-2 & -1 \end{vmatrix} = 0 \qquad\qquad -x-y+3=0$$

équation paramétrique de la droite passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}$

$$\begin{cases} x &= 1+1.t \\ y &= 2+4.t \end{cases} t \in \mathbb{R}$$

- équation cartésienne de la droite passant par A et de vecteur normal $\vec{u}$

$$\begin{pmatrix} x-1 \\ y-2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} = 0 \qquad\qquad x+4y-9=0$$

6. Déterminer le réel k pour que les droites $D_1 : 2x + k.y + 3 = 0$ et $D_2 : \begin{cases} x &= 1 + t \\ y &= 3 + 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

(a) ...soient perpendiculaires

(b)...soient parallèles

$\vec{d_1} = \begin{pmatrix} -k \\ 2 \end{pmatrix}$ vecteur directeur de D_1 $\quad$ $\vec{d_2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ vecteur directeur de D_2

$$D_1 \parallel D_2 \Longleftrightarrow \det(\vec{d_1},\vec{d_2}) = 0 \Longleftrightarrow \begin{vmatrix} -k & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 0 \Longleftrightarrow k = -1$$

$$D_1 \perp D_2 \Longleftrightarrow \vec{d_1}.\vec{d_2} = 0 \Longleftrightarrow \begin{pmatrix} -k \\ 2 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = 0 \Longleftrightarrow k = 4$$