Fiche de calcul n° 10

Primitives

Prérequis
Intégration de Terminale. Dérivée d'une fonction composée.
Trigonométrie directe et réciproque. Trigonométrie hyperbolique.

Pour chaque fonction à intégrer on pourra commencer par chercher les domaines où elle admet des primitives.

Calculs directs

Calcul 10.1

Déterminer directement une primitive des expressions suivantes.

a) $\dfrac{1}{t+1}$ ....

b) $\dfrac{3}{(t+2)^2}$ ....

c) $\dfrac{3}{(t+2)^3}$ ....

d) $\sin(4t)$ ....

Calcul 10.2

Même exercice.

a) $\sqrt{1+t} - \sqrt[3]{t}$ ....

b) e^{2t+1} ....

c) $\dfrac{1}{\sqrt{1-4t^2}}$ ....

d) $\dfrac{1}{1+9t^2}$ ....

Utilisation des formulaires

Calcul 10.3 — Dérivée d'une fonction composée.

Déterminer une primitive des expressions suivantes en reconnaissant la dérivée d'une fonction composée.

a) $\dfrac{2t^2}{1+t^3}$ ....

b) $t\sqrt{1+2t^2}$ ....

c) $\dfrac{t}{\sqrt{1-t^2}}$ ....

d) $\dfrac{7t}{\sqrt[3]{1+7t^2}}$ ....

e) $\dfrac{t}{1+3t^2}$ ....

f) $\dfrac{12t}{(1+3t^2)^3}$ ....

Calcul 10.4 — Dérivée d'une fonction composée – *bis*.

Même exercice.

a) $\dfrac{\ln^3 t}{t}$ ....

b) $\dfrac{1}{t\sqrt{\ln t}}$ ....

c) $\dfrac{8\mathrm{e}^{2t}}{(3-\mathrm{e}^{2t})^3}$ ....

d) $\dfrac{1}{t^2\sqrt{t}}$ ....

e) $\dfrac{\mathrm{e}^t + \mathrm{e}^{-t}}{1 - \mathrm{e}^{-t} + \mathrm{e}^t}$ ....

f) $\dfrac{\mathrm{e}^{\frac{1}{t}}}{t^2}$ ....

Calcul 10.5 — Trigonométrie.

Déterminer une primitive des expressions suivantes en reconnaissant la dérivée d'une fonction composée.

a) $\cos^2 t \sin t$ ……

b) $\cos(t)\mathrm{e}^{\sin t}$ ……

c) $\tan t$ ……

d) $\dfrac{\cos t}{1-\sin t}$ ……

e) $\dfrac{\sin\sqrt{t}}{\sqrt{t}}$ ……

f) $\dfrac{\cos(\pi \ln t)}{t}$ ……

g) $\tan^2 t$ ……

h) $\tan^3 t$ ……

i) $\dfrac{\tan^3 t}{\cos^2 t}$ ……

j) $\dfrac{1}{\cos^2(t)\sqrt{\tan t}}$ ……

k) $\dfrac{1+\tan^2 t}{\tan^2 t}$ ……

l) $\dfrac{\cos t}{(1-\sin t)^3}$ ……

m) $\dfrac{1}{1+4t^2}$ ……

n) $\dfrac{\mathrm{e}^t}{1+\mathrm{e}^{2t}}$ ……

o) $\dfrac{\mathrm{Arcsin}(t)}{\sqrt{1-t^2}}$ ……

p) $\dfrac{1}{\sqrt{1-t^2}\mathrm{Arcsin}(t)}$

Calcul 10.6 — Trigonométrie – *bis*.

Déterminer une primitive des expressions suivantes en utilisant d'abord le formulaire de trigonométrie.

a) $\cos^2 t$ ……

b) $\cos(t)\sin(3t)$ ……

c) $\sin^3 t$ ……

d) $\dfrac{\sin(2t)}{1+\sin^2 t}$ ……

e) $\dfrac{1}{\sin t \cos t}$ ……

f) $\dfrac{1}{\sin^2(t)\cos^2(t)}$ ……

g) $\dfrac{1}{\sin(4t)}$ ……

Calcul 10.7 — Fractions rationnelles.

Déterminer une primitive des expressions suivantes après quelques manipulations algébriques simples.

a) $\dfrac{t^2+t+1}{t^2}$ ……

b) $\dfrac{t^2+1}{t^3}$ ……

c) $\dfrac{1-t^6}{1-t^2}$ ……

d) $\dfrac{t^3+1}{t+1}$ ……

e) $\dfrac{t-1}{t+1}$ ……

f) $\dfrac{t^3}{t+1}$ ……

g) $\dfrac{t-1}{t^2+1}$ ……

h) $\dfrac{t}{(t+1)^2}$ ……

Dériver puis intégrer, intégrer puis dériver

Calcul 10.8

Pour chacune des expressions suivantes :

- dériver puis factoriser l'expression ;
- intégrer l'expression.

a) t^2-2t+5 ……

b) $\dfrac{1}{t^2}+\dfrac{1}{t}$ ……

c) $\sqrt{t}-\dfrac{1}{t^3}$ ……

d) $\dfrac{1}{t^4}+\dfrac{1}{t\sqrt{t}}$ ……

e) $\mathrm{e}^{2t}+\mathrm{e}^{-3t}$ ……

f) e^{3t-2} ……

g) $\dfrac{t^2}{t^3-1}$ ……

h) $\dfrac{3t-1}{t^2+1}$ ……

i) $\sin(t)\cos^2(t)$ …

o) $\dfrac{\sin 2t}{1+\cos^2 t}$ ……

j) $\sinh(t)\cosh(t)$ ..

p) te^{-t^2} ……….

k) $\dfrac{1}{t^2}\sin\dfrac{1}{t}$ ……..

q) $\dfrac{1-\ln t}{t}$ ……..

l) $\dfrac{\mathrm{e}^t}{2+\mathrm{e}^t}$ ……….

r) $\dfrac{1}{t\ln t}$ ……….

m) $\dfrac{\sin t}{2+3\cos t}$ ……

s) $\dfrac{\sin(\ln t)}{t}$ ……..

n) $\dfrac{t}{\sqrt{1-t^2}}$ ……..

t) $\dfrac{\mathrm{e}^t}{1+\mathrm{e}^{2t}}$ ………

Calcul 10.9 — ***Bis repetita.***

Reprendre l'exercice précédent en commençant par intégrer puis en dérivant et factorisant.

Réponses mélangées

$\ln|t+1|+\dfrac{1}{t+1}$ $\quad$ $2\dfrac{3\cos^2 t-1}{(1+\cos^2 t)^2}$ puis $-\ln(1+\cos^2(t))$ $\quad$ $\cos t(3\cos^2 t-2)$ puis $-\dfrac{1}{3}\cos^3 t$

$\dfrac{\ln t-2}{t^2}$ puis $\ln t-\dfrac{1}{2}\ln^2 t$ $\quad$ $\dfrac{1}{4}\ln|\tan 2t|$ $\quad$ $\ln|t+1|$ $\quad$ $-\dfrac{t(t^3+2)}{(t-1)^2(t^2+t+1)^2}$ puis $\dfrac{1}{3}\ln(|t^3-1|)$

$\ln|1-\mathrm{e}^{-t}+\mathrm{e}^t|$ $\quad$ $\sinh(t)^2+\cosh^2(t)$ puis $\dfrac{1}{2}\sinh^2(t)$ $\quad$ $-\cos t+\dfrac{1}{3}\cos^3 t$ $\quad$ $-\dfrac{2}{3t^{\frac{3}{2}}}$ $\quad$ $-\dfrac{\cos(4t)}{4}$

$-\mathrm{e}^{\frac{1}{t}}$ $\quad$ $\ln t-\dfrac{1}{2t^2}$ $\quad$ $t-2\ln|t+1|$ $\quad$ $\ln(1+\sin^2 t)$ $\quad$ $\dfrac{1}{3}\mathrm{Arctan}(3t)$ $\quad$ $\dfrac{1}{2}\ln(1+t^2)-\mathrm{Arctan}(t)$

$\ln|\tan t|$ $\quad$ $\dfrac{1}{\pi}\sin(\pi\ln t)$ $\quad$ $t+\dfrac{t^3}{3}+\dfrac{t^5}{5}$ $\quad$ $-\dfrac{1}{(1+3t^2)^2}$ $\quad$ $\dfrac{1}{2}\tan^2 t+\ln|\cos t|$ $\quad$ $-2\cos\sqrt{t}$

$-\ln|1-\sin t|$ $\quad$ $-\dfrac{3}{2(t+2)^2}$ $\quad$ $2\mathrm{e}^{2t}-3\mathrm{e}^{-3t}$ puis $\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{2t}-\dfrac{1}{3}\mathrm{e}^{-3t}$ $\quad$ $\dfrac{1}{(1-t^2)^{3/2}}$ puis $-\sqrt{1-t^2}$

$\dfrac{2}{(3-\mathrm{e}^{2t})^2}$ $\quad$ $t-\dfrac{t^2}{2}+\dfrac{t^3}{3}-\ln|t+1|$ $\quad$ $-\dfrac{1+\ln t}{t^2\ln^2 t}$ puis $\ln|\ln t|$ $\quad$ $-\sqrt{1-t^2}$ $\quad$ $\dfrac{1}{2}(\mathrm{Arcsin}(t))^2$

$-\dfrac{1}{\tan t}$ $\quad$ $\dfrac{1}{6}(1+2t^2)^{\frac{3}{2}}$ $\quad$ $\tan t-t$ $\quad$ $\dfrac{1}{2}\mathrm{Arcsin}(2t)$ $\quad$ $\dfrac{1}{4}\tan^4 t$ $\quad$ $\dfrac{1}{2\sqrt{t}}+\dfrac{3}{t^4}$ puis $\dfrac{2}{3}t^{\frac{3}{2}}+\dfrac{1}{2t^2}$

$\dfrac{2\mathrm{e}^t}{(2+\mathrm{e}^t)^2}$ puis $\ln(2+\mathrm{e}^t)$ $\quad$ $\mathrm{Arctan}(\mathrm{e}^t)$ $\quad$ $-\mathrm{cotan}\,t+\tan t$ $\quad$ $-\ln|\cos t|$

$2(t-1)$ puis $\dfrac{1}{3}t^3-t^2+5t$ $\quad$ $-\dfrac{\mathrm{e}^t(\mathrm{e}^{2t}-1)}{(1+\mathrm{e}^{2t})^2})$ puis $\mathrm{Arctan}(\mathrm{e}^t)$ $\quad$ $2\sqrt{\ln t}$ $\quad$ $t-\dfrac{t^2}{2}+\dfrac{t^3}{3}$

$3\mathrm{e}^{3t-2}$ puis $\dfrac{1}{3}\mathrm{e}^{3t-2}$ $\quad$ $-\dfrac{2t\sin\frac{1}{t}+\cos\frac{1}{t}}{t^4}$ puis $\cos\dfrac{1}{t}$ $\quad$ $\mathrm{e}^{\sin t}$ $\quad$ $-\dfrac{1}{t^2}\left(\dfrac{2}{t}+1\right)$ puis $-\dfrac{1}{t}+\ln|t|$

$(1-2t^2)\mathrm{e}^{-t^2}$ puis $-\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-t^2}$ $\quad$ $\dfrac{1}{2}\mathrm{Arctan}(2t)$ $\quad$ $\dfrac{\cos\ln t-\sin\ln t}{t^2}$ puis $-\cos(\ln t))$

$\dfrac{2}{3}\ln|1+t^3|$ $\quad$ $\dfrac{t}{2}+\dfrac{\sin(2t)}{4}$ $\quad$ $-\dfrac{3t^2-2t-3}{(t^2+1)^2}$ puis $\dfrac{3}{2}\ln(t^2+1)-\mathrm{Arctan}(t)$ $\quad$ $-\dfrac{1}{3}\cos^3 t$

$\dfrac{1}{2}\dfrac{1}{(1-\sin t)^2}$ $\quad$ $t+\ln t-\dfrac{1}{t}$ $\quad$ $2\sqrt{\tan t}$ $\quad$ $\dfrac{3}{4}(1+7t^2)^{\frac{2}{3}}$ $\quad$ $\dfrac{2}{3}(1+t)^{\frac{3}{2}}-\dfrac{3}{4}t^{\frac{4}{3}}$

$\ln|\mathrm{Arcsin}(t)|$ $\quad$ $\dfrac{2\cos t+3}{(2+3\cos t)^2}$ puis $-\dfrac{1}{3}\ln|2+3\cos t|$ $\quad$ $\dfrac{1}{4}\ln^4 t$ $\quad$ $-\dfrac{\cos(4t)}{8}-\dfrac{\cos(2t)}{4}$

$-\dfrac{4}{t^5}-\dfrac{3}{2}\dfrac{1}{t^{5/2}}$ puis $-\dfrac{1}{3}\dfrac{1}{t^3}-\dfrac{2}{\sqrt{t}}$ $\quad$ $\dfrac{1}{6}\ln(1+3t^2)$ $\quad$ $-\dfrac{3}{t+2}$ $\quad$ $\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{2t+1}$

► Réponses et corrigés page 104

Fiche n° 10. Primitives

Réponses

10.1 a) $\ln|t+1|$

10.1 b) $-\dfrac{3}{t+2}$

10.1 c) $-\dfrac{3}{2(t+2)^2}$

10.1 d) $-\dfrac{\cos(4t)}{4}$

10.2 a) $\dfrac{2}{3}(1+t)^{\frac{3}{2}} - \dfrac{3}{4}t^{\frac{4}{3}}$

10.2 b) $\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{2t+1}$

10.2 c) $\dfrac{1}{2}\mathrm{Arcsin}(2t)$

10.2 d) $\dfrac{1}{3}\mathrm{Arctan}(3t)$

10.3 a) $\dfrac{2}{3}\ln|1+t^3|$

10.3 b) $\dfrac{1}{6}(1+2t^2)^{\frac{3}{2}}$

10.3 c) $-\sqrt{1-t^2}$

10.3 d) $\dfrac{3}{4}(1+7t^2)^{\frac{2}{3}}$

10.3 e) $\dfrac{1}{6}\ln(1+3t^2)$

10.3 f) $-\dfrac{1}{(1+3t^2)^2}$

10.4 a) $\dfrac{1}{4}\ln^4 t$

10.4 b) $2\sqrt{\ln t}$

10.4 c) $\dfrac{2}{(3-\mathrm{e}^{2t})^2}$

10.4 d) $-\dfrac{2}{3t^{\frac{3}{2}}}$

10.4 e) $\ln|1-\mathrm{e}^{-t}+\mathrm{e}^{t}|$

10.4 f) $-\mathrm{e}^{\frac{1}{t}}$

10.5 a) $-\dfrac{1}{3}\cos^3 t$

10.5 b) $\mathrm{e}^{\sin t}$

10.5 c) $-\ln|\cos t|$

10.5 d) $-\ln|1-\sin t|$

10.5 e) $-2\cos\sqrt{t}$

10.5 f) $\dfrac{1}{\pi}\sin(\pi\ln t)$

10.5 g) $\tan t - t$

10.5 h) $\dfrac{1}{2}\tan^2 t + \ln|\cos t|$

10.5 i) $\dfrac{1}{4}\tan^4 t$

10.5 j) $2\sqrt{\tan t}$

10.5 k) $-\dfrac{1}{\tan t}$

10.5 l) $\dfrac{1}{2}\dfrac{1}{(1-\sin t)^2}$

10.5 m) $\dfrac{1}{2}\mathrm{Arctan}(2t)$

10.5 n) $\mathrm{Arctan}(\mathrm{e}^t)$

10.5 o) $\dfrac{1}{2}(\mathrm{Arcsin}(t))^2$

10.5 p) $\ln|\mathrm{Arcsin}(t)|$

10.6 a) $\dfrac{t}{2}+\dfrac{\sin(2t)}{4}$

10.6 b) $-\dfrac{\cos(4t)}{8}-\dfrac{\cos(2t)}{4}$

10.6 c) $-\cos t + \dfrac{1}{3}\cos^3 t$

10.6 d) $\ln(1+\sin^2 t)$

10.6 e) $\ln|\tan t|$

10.6 f) $-\mathrm{cotan}t + \tan t$

10.6 g) $\dfrac{1}{4}\ln|\tan 2t|$

10.7 a) $t+\ln t - \dfrac{1}{t}$

10.7 b) $\ln t - \dfrac{1}{2t^2}$

10.7 c) $t+\dfrac{t^3}{3}+\dfrac{t^5}{5}$

10.7 d) $t-\dfrac{t^2}{2}+\dfrac{t^3}{3}$

10.7 e) $t-2\ln|t+1|$

10.7 f) $t-\dfrac{t^2}{2}+\dfrac{t^3}{3}-\ln|t+1|$

10.7 g) $\dfrac{1}{2}\ln(1+t^2)-\operatorname{Arctan}(t)$

10.7 h) $\ln|t+1|+\dfrac{1}{t+1}$

10.8 a) $2(t-1)$ puis $\dfrac{1}{3}t^3-t^2+5t$

10.8 b) $-\dfrac{1}{t^2}\left(\dfrac{2}{t}+1\right)$ puis $-\dfrac{1}{t}+\ln|t|$

10.8 c) $\dfrac{1}{2\sqrt{t}}+\dfrac{3}{t^4}$ puis $\dfrac{2}{3}t^{\frac{3}{2}}+\dfrac{1}{2t^2}$

10.8 d) $-\dfrac{4}{t^5}-\dfrac{3}{2}\dfrac{1}{t^{5/2}}$ puis $-\dfrac{1}{3}\dfrac{1}{t^3}-\dfrac{2}{\sqrt{t}}$

10.8 e) $2e^{2t}-3e^{-3t}$ puis $\dfrac{1}{2}e^{2t}-\dfrac{1}{3}e^{-3t}$

10.8 f) $3e^{3t-2}$ puis $\dfrac{1}{3}e^{3t-2}$

10.8 g) $-\dfrac{t(t^3+2)}{(t-1)^2(t^2+t+1)^2}$ puis $\dfrac{1}{3}\ln(|t^3-1|)$

10.8 h) $-\dfrac{3t^2-2t-3}{(t^2+1)^2}$ puis $\dfrac{3}{2}\ln(t^2+1)-\operatorname{Arctan}(t)$

10.8 i) $\cos t(3\cos^2 t-2)$ puis $-\dfrac{1}{3}\cos^3 t$

10.8 j) $\sinh(t)^2+\cosh^2(t)$ puis $\dfrac{1}{2}\sinh^2(t)$

10.8 k) $-\dfrac{2t\sin\frac{1}{t}+\cos\frac{1}{t}}{t^4}$ puis $\cos\dfrac{1}{t}$

10.8 l) $\dfrac{2e^t}{(2+e^t)^2}$ puis $\ln(2+e^t)$

10.8 m) $\dfrac{2\cos t+3}{(2+3\cos t)^2}$ puis $-\dfrac{1}{3}\ln|2+3\cos t|$

10.8 n) $\dfrac{1}{(1-t^2)^{3/2}}$ puis $-\sqrt{1-t^2}$

10.8 o) $2\dfrac{3\cos^2 t-1}{(1+\cos^2 t)^2}$ puis $-\ln(1+\cos^2(t))$

10.8 p) $(1-2t^2)e^{-t^2}$ puis $-\dfrac{1}{2}e^{-t^2}$

10.8 q) $\dfrac{\ln t-2}{t^2}$ puis $\ln t-\dfrac{1}{2}\ln^2 t$

10.8 r) $-\dfrac{1+\ln t}{t^2\ln^2 t}$ puis $\ln|\ln t|$

10.8 s) $\dfrac{\cos\ln t-\sin\ln t}{t^2}$ puis $-\cos(\ln t))$

10.8 t) $-\dfrac{e^t(e^{2t}-1)}{(1+e^{2t})^2})$ puis $\operatorname{Arctan}(e^t)$

Corrigés

10.1 a) Admet des primitives sur $]-\infty,-1[$ ou $]-1,+\infty[$.

10.1 b) Admet des primitives sur $]-\infty,-2[$ ou $]-2,+\infty[$.

10.1 c) Admet des primitives sur $]-\infty,-2[$ ou $]-2,+\infty[$.

10.1 d) Admet des primitives sur $\mathbb{R}$.

10.2 a) Admet des primitives sur $]0,+\infty[$.

10.2 b) Admet des primitves sur $\mathbb{R}$.

10.2 c) Admet des primitives sur $]-1/2,1/2[$.

10.2 d) Admet des primitives sur $\mathbb{R}$.

10.5 g) $\displaystyle\int^t \tan^2\theta\,\mathrm{d}\theta = \int^t ((1+\tan^2\theta)-1)\,\mathrm{d}\theta = \tan t - t + \mathrm{cte}$

10.5 h) $\displaystyle\int^t \tan^3\theta\,\mathrm{d}\theta = \int^t ((\tan^2\theta+1)\tan\theta - \tan\theta)\,\mathrm{d}\theta = \frac{1}{2}\tan^2 t + \ln|\cos t| + \mathrm{cte}$

10.6 a) $\displaystyle\int^x \cos^2\theta\,\mathrm{d}\theta = \int^t \frac{1+\cos(2\theta)}{2}\,\mathrm{d}\theta = \frac{t}{2} + \frac{\sin(2t)}{4} + \mathrm{cte}$

10.6 b) On a

$$\begin{aligned}\int^t \cos(\theta)\sin(3\theta)\,\mathrm{d}\theta &= \int^t \frac{1}{2}(\sin(3\theta+\theta)+\sin(3\theta-\theta))\,\mathrm{d}\theta\\ &= \int^t \frac{1}{2}(\sin(4\theta)+\sin(2\theta))\,\mathrm{d}\theta = -\frac{\cos(4t)}{8} - \frac{\cos(2t)}{4} + \mathrm{cte}.\end{aligned}$$

10.6 c) $\displaystyle\int^t \sin^3\theta\,\mathrm{d}\theta = \int^t (1-\cos^2\theta)\sin\theta\,\mathrm{d}\theta = -\cos t + \frac{1}{3}\cos^3 t + \mathrm{cte}$

10.6 d) $\displaystyle\int^t \frac{\sin(2\theta)}{1+\sin^2\theta}\,\mathrm{d}\theta = \int^t \frac{2\sin\theta\cos\theta}{1+\sin^2\theta}\,\mathrm{d}\theta = \ln(1+\sin^2 t) + \mathrm{cte}$

10.6 e) $\displaystyle\int^t \frac{\mathrm{d}\theta}{\sin\theta\cos\theta} = \int^t \frac{\cos^2\theta+\sin^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}\,\mathrm{d}\theta = \int^t \left(\frac{\cos\theta}{\sin\theta} + \frac{\sin\theta}{\cos\theta}\right)\mathrm{d}\theta = \ln|\sin t| - \ln|\cos t| + \mathrm{cte} = \ln|\tan t| + \mathrm{cte}$

10.6 f) $\displaystyle\int^t \frac{\mathrm{d}\theta}{\sin^2(\theta)\cos^2(\theta)} = \int^t \frac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\sin^2(\theta)\cos^2(\theta)}\,\mathrm{d}\theta = \int^t \left(\frac{1}{\sin^2\theta} + \frac{1}{\cos^2\theta}\right)\mathrm{d}\theta = -\mathrm{cotan}(t) + \tan(t) + \mathrm{cte}$

10.6 g) On a

$$\begin{aligned}\int^t \frac{\mathrm{d}\theta}{\sin(4\theta)} &= \int^t \frac{\cos^2(2\theta)+\sin^2(2\theta)}{2\sin(2\theta)\cos(2\theta)}\,\mathrm{d}\theta\\ &= \int^t \frac{1}{4}\left(\frac{2\cos(2\theta)}{\sin(2\theta)} + \frac{2\sin(2\theta)}{\cos(2\theta)}\right)\mathrm{d}\theta = \frac{1}{4}\ln|\sin(2t)| - \frac{1}{4}\ln|\cos(2t)| + \mathrm{cte} = \frac{1}{4}\ln|\tan 2t| + \mathrm{cte}.\end{aligned}$$

10.7 c) On a $1-t^6 = 1^3 - (t^2)^3 = (1-t^2)(1+t^2+t^4)$ donc finalement on cherche une primitive de $1+t^2+t^4$.

10.7 e) $\displaystyle\int^t \frac{\theta-1}{\theta+1}\,\mathrm{d}\theta = \int^t \frac{\theta+1-2}{\theta+1}\,\mathrm{d}\theta = \int^t \left(1 - \frac{2}{\theta+1}\right)\mathrm{d}\theta = t - 2\ln|t+1| + \mathrm{cte}$

10.7 f) $\displaystyle\int^t \frac{\theta^3}{\theta+1}\,\mathrm{d}\theta = \int^t \frac{\theta^3+1-1}{\theta+1}\,\mathrm{d}\theta = \int^t \frac{(\theta+1)(1-\theta+\theta^2)-1}{\theta+1}\,\mathrm{d}\theta = t - \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} - \ln|t+1| + \mathrm{cte}$

10.7 h) $\displaystyle\int^t \frac{\theta}{(\theta+1)^2}\,\mathrm{d}\theta = \int^t \frac{\theta+1-1}{(\theta+1)^2}\,\mathrm{d}\theta = \int^t \left(\frac{1}{\theta+1} - \frac{1}{(\theta+1)^2}\right)\mathrm{d}\theta = \ln|t+1| + \frac{1}{t+1} + \mathrm{cte}$
